

文章编号: 1000-8055(2002)03-0367-06

高重合度弧齿锥齿轮的强度分析

邓效忠¹, 方宗德¹, 杨宏斌², 魏冰阳¹

(1 西北工业大学 机电工程学院, 陕西 西安 710072;

2 洛阳工学院 机电工程系, 河南 洛阳 471003)

摘要: 本文采用有限元应力影响矩阵法研究了高重合度弧齿锥齿轮在多种误差和载荷条件下的弯曲应力状态, 证明了经过优化设计的高重合度弧齿锥齿轮不仅有良好的动态性能, 而且在一定误差范围内在强度方面具有优越性。

关键词: 弧齿锥齿轮; 重合度; 有限元; 弯曲强度

中图分类号: TH 132. 41

文献标识码: A

Strength Analysis of Spiral Bevel Gears with High Contact Ratio

DENG Xiao-zhong¹, FANG Zong-de¹, YANG Hong-bin², WEI Bing-yang²

(1 Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2 Luoyang Institute of Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract: In this paper, the bending stress states of HCR (High Contact Ratio) spiral bevel gears in conditions of various errors and loads have been studied by applying the FEM (Finite Element Method) and stress influencing matrix technique. The calculated results have showed that the high bending strength could be obtained in transmitting of HCR spiral bevel gears in a certain error allowance by optimal design of tooth surface topology, as well as favourable dynamic behavior.

Key words: spiral bevel gear; contact ratio; finite element method; bending strength

1 前言

弧齿锥齿轮是动力传输的关键部件, 在重量、强度、动态性能和可靠性方面都有着很高的要求。由于传统设计的弧齿锥齿轮有着近似于圆柱直齿轮的重合度和啮合特性, 因此在高速重载的工作条件下产生了突出的振动噪音问题^[1], 引起学者们的关注。作者曾提出了通过控制齿面接触路径的倾斜度和长度, 获得高重合度弧齿锥齿轮设计的理论和方法^[2], 可有效地改进弧齿锥齿轮的动态性能。作者设计了理论重合度达到2.0和3.0的

弧齿锥齿轮传动, 通过啮合仿真 TCA (Tooth Contact Analysis) 和承载啮合仿真 LTCA (Loaded Tooth Contact Analysis) 技术, 证明了高重合度弧齿锥齿轮具有良好的啮合性能和动态特性^[3]。

但是, 当齿面接触路径倾斜, 甚至越过整个齿向长度时, 啮合性能 (齿面印痕和传动误差) 相对于齿轮位置误差的敏感性增大; 而齿距相对误差也影响到齿轮的实际重合度。因此作者就安装误差和加工 (齿距) 误差对高重合度弧齿锥齿轮啮合性能和承载性能的影响进行了理论分析和研究^[4], 证明了在航空齿轮精度的范围内, 高重合度

收稿日期: 2002- 01- 11; 修订日期: 2002- 05- 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50175090)

作者简介: 邓效忠 (1957-), 男, 河南洛阳人, 洛阳工学院教授, 西北工业大学在职博士生

弧齿锥齿轮的性能仍然是优越的。在本文中,作者应用有限元方法进一步研究分析了高重合度弧齿锥齿轮在不同载荷下和不同装配误差条件下的弯曲应力状态。

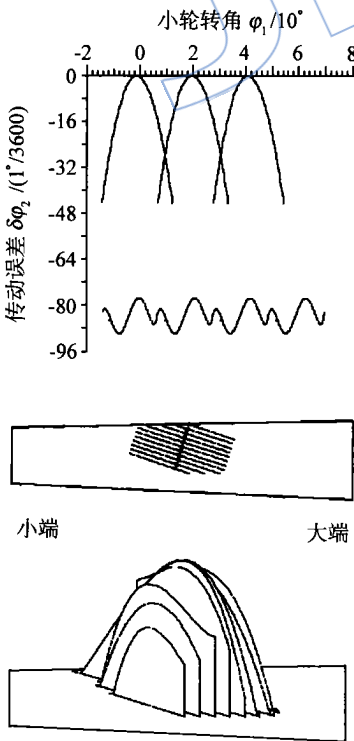
2 高重合度弧齿锥齿轮的设计

作者采用局部综合法在保证齿轮基本参数不变的条件下(如表1所示),通过倾斜接触迹线和改变齿面的失配量,设计了3对重合度不同的弧齿锥齿轮,并用 TCA 和 LTCA 技术获得了被加工齿轮的啮合性能和承载啮合性能如图1所示。图1 (a), (b), (c) 中上部是空载传动误差和大轮转矩为1500 N·m 的承载传动误差曲线,中部是齿面啮合路径和仿真接触区,下部是在大轮转矩为 1500 N·m 时的齿面载荷分布。

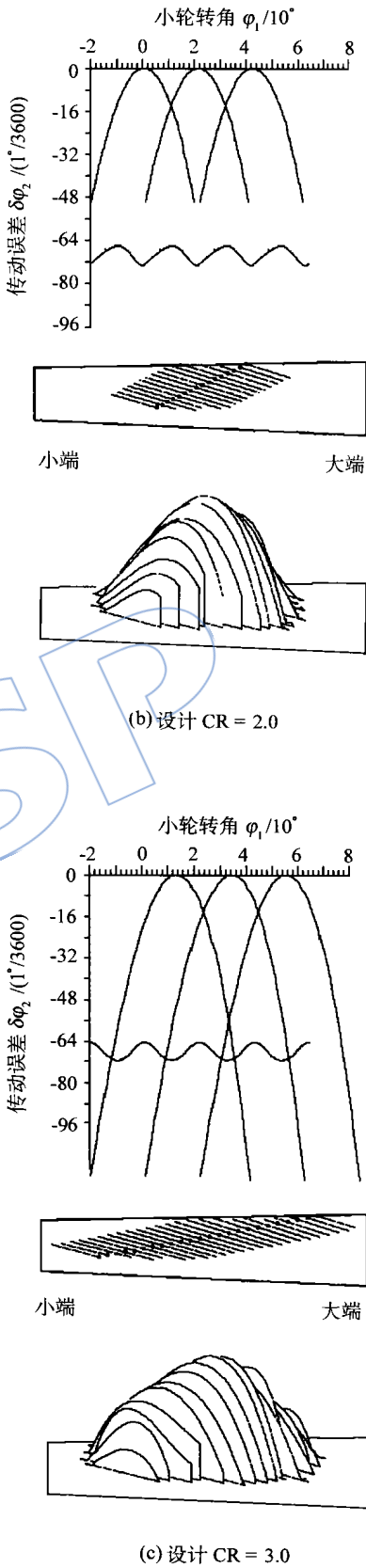
传动误差定义为:

$$\delta\varphi = (\varphi - \varphi^{(0)}) - \frac{Z_1}{Z_2}(\varphi - \varphi^{(0)}) \quad (1)$$

式中: φ 为齿轮转角, $\varphi^{(0)}$ 为初始转角, Z 为齿数,下标1和2指小轮和大轮。传动误差由齿面的准共轭特性、变形和齿面误差(本文暂不计及)组成。图1 (a), (b), (c) 中上部与抛物线相似的三条曲线分别为相邻三个齿在载荷为零时的传动误差曲线,反映了齿面的准共轭特性,由齿面加工设计确定。



(a) 设计 CR = 1.38



(c) 设计 CR = 3.0

图1 不同重合度下齿轮的传动误差和齿面载荷分析
Fig 1 A analysis of transmission error and Load distributions under different contact ratio

随载荷与变形增大, 传动误差曲线位置下移。当前载荷下传动误差(承载传动误差)曲线与单齿传动误差曲线相截, 截得的单齿设计传动误差曲线上部代表参加啮合的齿面接触部分。当实际传动误差曲线越过设计传动误差曲线下端时, 开始产生边缘接触。因此, 当设计传动误差的两端幅值接近时, 在小轮和大轮顶部同时出现边缘接触, 此时产生边缘接触的容许载荷较大。此外, 实际传动误差的相对幅值(波动情况) 越小, 则动态性能越好。

表1 齿轮的基本参数
Table 1 Gear's basic parameters

模数/mm		5.24
齿数	小轮	17
	大轮	61
压力角/(°)		20
螺旋角/(°)		35
轴交角/(°)		87
齿宽/mm		48.2
顶隙系数		0.188
齿顶高系数		0.85
径向变位系数	小轮	0.36
	大轮	-0.36
切向变位系数	小轮	0.09
	大轮	-0.09

作者在文献[2]中提出了设计重合度和实际重合度的概念。设计重合度是指从大轮齿顶进入啮合到小轮齿顶退出啮合所能达到的最大重合度, 实际重合度是由于弧齿锥齿轮的准共轭特性, 在一定负荷下才能达到的重合度。在负荷趋于零时, 实际重合度为1.0; 而随载荷增大, 所能达到的不产生边缘接触时的最大重合度为设计重合度, 载荷继续增大则引起边缘接触, 此时重合度略有增大。

图1(a), (b), (c) 上部单条几何传动误差曲线表示单齿对从进入到退出啮合, 曲线周期表示啮合周期, 因此可得设计重合度。由承载传动误差曲线的纵向位置可得到此载荷下的实际重合度。图1(a), (b), (c) 中部齿面啮合路径上取8个离散点为一个啮合周期, 因此也可从啮合路径全长所包含的离散点数确定设计重合度。图1(a) 是传统设计, 设计重合度 CR (Contact Ratio) 约为1.38, 在大轮转矩为1500 N·m 时超过设计重合度并产生较严

重边缘接触; 图1(b) 是重合度为2.0的设计, 在大轮转矩为1500 N·m 时产生部分边缘接触; 图1(c) 是重合度为3.0的设计, 在大轮转矩为1500 N·m 时实际重合度约为2.5。图1(a), (b), (c) 下部的齿面载荷分布为弯曲应力计算提供了先决条件。

3 计算弯曲应力的应力影响矩阵法

有限元素法在当今技术领域中已成为广泛应用的结构分析工具, 在齿轮应力分析中也往往采用这一方法。但是弧齿锥齿轮具有十分复杂的啮合过程, 其啮合过程与加工参数及齿面生成有密切的关系, 有限元模型和边界条件也千变万化。此外, 随着齿轮的啮合, 轮齿应力场也有相应的变化, 如果离散成为多个结构应力分析问题进行处理, 将出现困难(设计时间过长, 成本过高)。为解决这一个问题, 作者提出了应用有限元技术的应力影响矩阵法^[5]。该方法将弹性力学中的应力影响函数, 离散为齿根应力影响矩阵[S], [S]中的任意元素 S_{ij} 表示当齿面*i* 结点施加单位法向力时在齿根面*j* 结点产生的应力, [S]由有限元法计算得到。图1下部的齿面载荷过程可定义载荷矩阵[L]来表示:

$$[L] = \begin{bmatrix} [L]_{l \times n_1} & & & \\ & [L]_{l \times n_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & [L]_{l \times n_l} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中, *l* 为接触路径上离散瞬时接触点(椭圆)个数, n_j ($j = 1, \cdots, l$) 为第 *j* 条瞬时接触椭圆长轴上离散点的个数, $n = \sum_{j=1}^l n_j$ 为齿面瞬时接触椭圆长轴离散点总数, $[L]_{l \times n_j}$ 是第 *j* 条椭圆长轴上的集中力系。根据圣维南原理和应力叠加原理, 齿根弯曲应力过程由下式计算:

$$[\sigma]_{l \times m} = [L]_{l \times n} [S]_{n \times m}$$

上式中: *m* 为齿根面结点总数, $[\sigma]_{l \times m}$ 为应力结果矩阵, 第 *j* 行($j = 1, \cdots, l$) 表示齿面第 *j* 条椭圆长轴加载时齿根应力场, 第 *i* 列($i = 1, \cdots, m$) 表示齿根 *i* 结点在啮合过程中的应力变化过程。根据有限元模型的整体坐标方向, 可以按上述方法计算得到齿根每个结点的6个应力分量。再根据强度理论进行合成, 得到齿轮的计算弯曲应力值。

4 理想条件下的齿根弯曲应力

图2所示是本文3个算例(a, b, c) 中 a 例的有

限元模型, 图中小轮凹面和大轮凸面为传动面。图 3 所示是在轮齿过渡曲面应力集中区, 沿齿长方向在小端、中部、大端各取一点, 啮合的受拉侧的应力变化过程, 计算负荷大轮转矩 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$, 在无误差理想条件下计算。按上述方法计算的最大拉应力和压应力, 列于表 2 中进行比较。

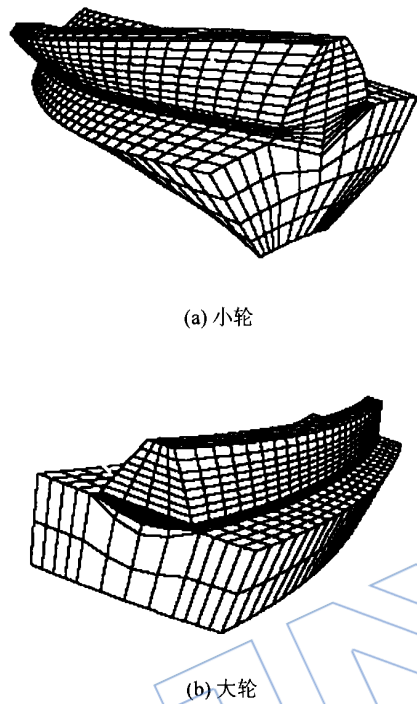


图2 应力分析的有限元模型

Fig 2 The finite element model of stress analysis

从表 2 可见, 按应力值高的大轮比较, 在大轮转矩为 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$ 负荷下最大弯曲应力 a 比 b 高约 25%, a 比 c 高约 35%; 在大轮转矩 $3000\text{ N}\cdot\text{m}$ 下 a 比 b 高约 35%, a 比 c 高超过 50%。说明在无误差理想条件下, 高重合度齿轮由于载荷在更多的齿对间分配, 强度有明显提高。尤其是在较大载荷作用下, 重合度对齿间载荷分配和弯曲应力有更为明显的影响。小轮应力 c 比 b 有所增加,

表2 理想条件下的齿根最大弯曲应力/(N/mm^2)

Table 2 The maximal bending stress in ideal condition

	大轮转矩 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$				大轮转矩 $3000\text{ N}\cdot\text{m}$			
	小 轮		大 轮		小 轮		大 轮	
	拉	压	拉	压	拉	压	拉	压
算例 a	213.3	284.0	303.6	375.0	386.7	515.0	519.2	644.5
算例 b	180.0	246.3	238.9	298.2	296.4	404.6	378.5	480.4
算例 c	218.0	288.6	220.5	279.2	353.4	459.0	330.4	428.6

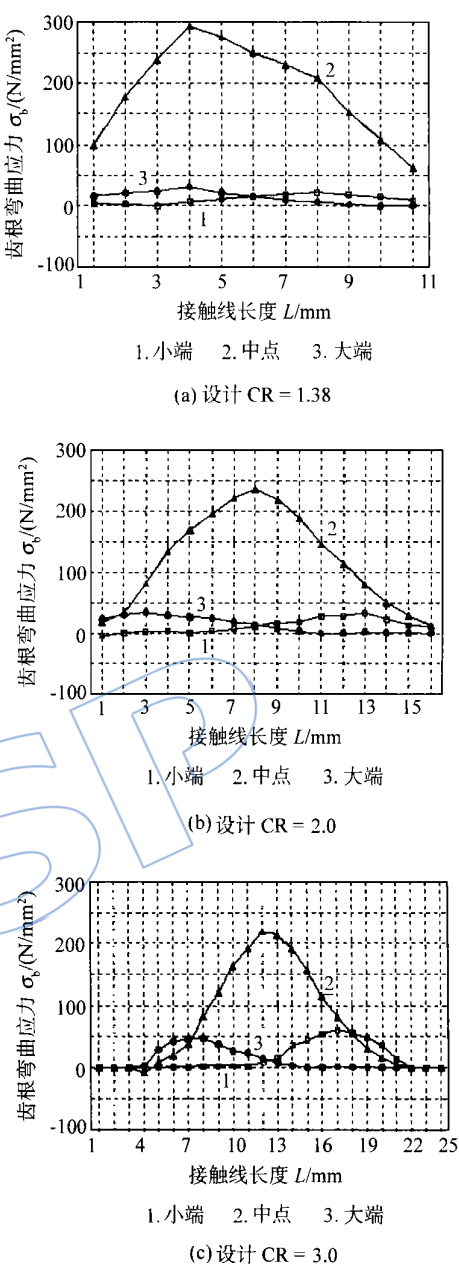


图3 三种不同重合度齿轮的应力分析

Fig 3 A analysis of stress for three gears with different contact ratio

表3 不同误差下齿根最大弯曲应力/(N/mm²)

Table 3 The maximal bending stress with different error

		小 轮		大 轮	
		拉	压	拉	压
$H_p=0.2\text{ mm}$ $\Delta t=-0.008\text{ mm}$	算例 a	209.9	294.5	337.6	399.1
	算例 b	184.7	267.9	291.5	381.9
	算例 c	184.5	248.7	259.9	325.0
$H_p=-0.2\text{ mm}$ $\Delta t=0.008\text{ mm}$	算例 a	238.2	315.4	267.8	349.5
	算例 b	218.8	303.3	230.3	305.4
	算例 c	257.2	329.7	193.0	249.9
$H_p=0.2\text{ mm}$ $\Delta t=-0.016\text{ mm}$	算例 a	209.9	294.5	353.1	416.0
	算例 b	184.7	267.9	308.5	385.1
	算例 c	185.5	250.8	281.5	343.8
$H_p=-0.2\text{ mm}$ $\Delta t=0.016\text{ mm}$	算例 a	240.9	321.3	267.8	349.5
	算例 b	236.8	318.2	230.3	305.4
	算例 c	281.8	360.2	180.6	254.8

表4 不同载荷下有误差齿轮的最大弯曲应力/(N/mm²)

Table 4 The maximal bending stress with different loads and error

			小 轮		大 轮	
			拉	压	拉	压
$H_p=0.2\text{ mm}$ $\Delta t=-0.008\text{ mm}$	大轮转矩 1500 N·m	算例 a	209.9	294.5	337.6	399.1
		算例 b	184.7	267.9	291.5	381.9
		算例 c	184.5	248.7	259.9	325.0
$H_p=0.2\text{ mm}$ $\Delta t=-0.008\text{ mm}$	大轮转矩 3000 N·m	算例 a	391.0	538.8	538.7	682.3
		算例 b	360.9	496.2	465.9	602.3
		算例 c	303.1	398.0	407.3	499.5
$H_p=-0.2\text{ mm}$ $\Delta t=0.008\text{ mm}$	大轮转矩 1500 N·m	算例 a	238.2	315.4	267.8	349.5
		算例 b	218.8	303.3	230.3	305.4
		算例 c	257.2	329.7	193.0	249.9
$H_p=-0.2\text{ mm}$ $\Delta t=0.008\text{ mm}$	大轮转矩 3000 N·m	算例 a	384.3	536.5	481.9	621.8
		算例 b	341.6	485.7	385.7	505.1
		算例 c	400.1	505.8	295.7	381.9

但与 a 相当, 应力值普遍小于大轮。

5 误差量对弯曲强度的影响

如上所述, 装配位置误差和相对齿距误差都会影响到齿轮的实际重合度。表3中列出了大轮负

荷转矩为1500 N·m, 小轮有轴向位置误差 H_p (正为向后, 负为向前) 和相对齿距误差 Δt (正为大轮齿距大于小轮齿距, 负则相反) 时的最大弯曲应力。 H_p 和 Δt 的符号按较危险的情况进行组合。

从表3中可以看出, 按应力值较大且危险性较

强的大轮拉应力比较,在大轮负荷转矩为 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$,对于第一种误差情况(H_p 取正, Δt 取负), a 比 b 高约16%, a 比 c 高约30%;对于第二种误差情况(符号相反), a 比 b 高约17%, a 比 c 高约39%。当齿距相对误差增大一倍时,对于第一种误差组合, a 比 b 高约14%, a 比 c 高约25%;对于第二种误差组合, a 比 b 高约17%, a 比 c 高约48%。从上述误差情况下的应力分析可以认为,即使在较危险的误差情况下,只要在一定的范围内,高重合度齿轮仍然表现出强度方面的优势。由于航空齿轮能得到制造上的高精度,因而高重合度设计在航空上具有更为重要的应用价值。

6 载荷对有误差齿轮强度的影响

上述分析了理想条件下载荷的影响,本节进一步分析了有误差齿轮在不同载荷下的弯曲强度情况,大轮负荷转矩分别为 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $3000\text{ N}\cdot\text{m}$,误差与表3相同,计算结果列在表4中。对于第一种误差组合,在 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$ 下, a 比 b 高约16%, a 比 c 高约30%;在 $3000\text{ N}\cdot\text{m}$ 下, a 比 b 高约16%, a 比 c 高约32%。对于第二种误差组合,在 $1500\text{ N}\cdot\text{m}$ 下, a 比 b 高约17%, a 比 c 高约39%;在 $3000\text{ N}\cdot\text{m}$ 下, a 比 b 高约25%, a 比 c 高约63%。由以上分析可以看到,在误差条件下,随着载荷增大,高重合度仍有更为明显的优势,原因是载荷下的变形补偿了部分误差的影响。

7 结 论

本文采用有限元应力影响矩阵法对不同重合度的弧齿锥齿轮进行了不同误差条件和载荷条件下的应力分析。分析结果表明,具有高重合度设计的弧齿锥齿轮不仅在动态性能方面与有明显的改进,在弯曲强度方面也有优势。即使在安装位置误差和相对齿距误差等对重合度有不利影响的误差条件下,只要齿轮的设计重合度、实际重合度和传动误差曲线设计得合理,且能保证齿轮的制造精度,高重合度齿轮不仅能避免由于误差敏感性引起的偏载破坏,而且表现出强度方面的优越性。但是,上述的分析仅仅是理论结果,是否与高重合度弧齿锥齿轮的实际强度相吻合,还需实验和应用进一步验证。

参考文献

- [1] Stadtfeld H J. The ultimate motion graph[J]. ASME J. of Mechanical Design, 2000, 122(3): 317- 322
- [2] 方宗德, 杨宏斌, 周彦伟, 等. 高速弧齿锥齿轮动态啮合质量优化[J]. 航空学报, 2001, 22(1): 69- 72
- [3] 邓效忠, 方宗德, 张金良, 等. 弧齿锥齿轮的高重合度设计[J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 791- 795
- [4] 邓效忠, 方宗德, 任东锋, 等. 弧齿锥齿轮的齿距误差对传动性能的影响研究[J]. 航空动力学报, 2002, 17(2): 268- 272
- [5] 方宗德, 杨宏斌. 准双曲面齿轮弯曲应力过程的精确计算[J]. 汽车工程, 2000, 22(6): 423- 426

(责任编辑 吴一黄)